

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Алгебра является одним из опорных курсов основного общего образования: она обеспечивает изучение других дисциплин, как естественно-научного, так и гуманитарного циклов, её освоение необходимо для продолжения образования и в повседневной жизни. Развитие у обучающихся научных представлений о происхождении и сущности алгебраических абстракций, способе отражения математической наукой явлений и процессов в природе и обществе, роли математического моделирования в научном познании и в практике способствует формированию научного мировоззрения и качеств мышления, необходимых для адаптации в современном цифровом обществе. Изучение алгебры обеспечивает развитие умения наблюдать, сравнивать, находить закономерности, требует критичности мышления, способности аргументированно обосновывать свои действия и выводы, формулировать утверждения. Освоение курса алгебры обеспечивает развитие логического мышления обучающихся: они используют дедуктивные и индуктивные рассуждения, обобщение и конкретизацию, абстрагирование и аналогию. Обучение алгебре предполагает значительный объём самостоятельной деятельности обучающихся, поэтому самостоятельное решение задач является реализацией деятельностного принципа обучения.

В структуре программы учебного курса «Алгебра» для основного общего образования основное место занимают содержательно-методические линии: «Числа и вычисления», «Алгебраические выражения», «Уравнения и неравенства», «Функции». Каждая из этих содержательно-методических линий развивается на протяжении трёх лет изучения курса, взаимодействуя с другими его линиями. В ходе изучения учебного курса обучающимся приходится логически рассуждать, использовать теоретико-множественный язык. В связи с этим в программу учебного курса «Алгебра» включены некоторые основы логики, представленные во всех основных разделах математического образования и способствующие овладению обучающимися основ универсального математического языка. Содержательной и структурной особенностью учебного курса «Алгебра» является его интегрированный характер.

Содержание линии «Числа и вычисления» служит основой для дальнейшего изучения математики, способствует развитию у обучающихся логического мышления, формированию умения пользоваться алгоритмами, а также приобретению практических навыков, необходимых для повседневной жизни. Развитие понятия о числе на уровне основного общего образования связано с рациональными и иррациональными числами, формированием

представлений о действительном числе. Завершение освоения числовой линии отнесено к среднему общему образованию.

Содержание двух алгебраических линий – «Алгебраические выражения» и «Уравнения и неравенства» способствует формированию у обучающихся математического аппарата, необходимого для решения задач математики, смежных предметов и практико-ориентированных задач. На уровне основного общего образования учебный материал группируется вокруг рациональных выражений. Алгебра демонстрирует значение математики как языка для построения математических моделей, описания процессов и явлений реального мира. В задачи обучения алгебре входят также дальнейшее развитие алгоритмического мышления, необходимого, в частности, для освоения курса информатики, и овладение навыками дедуктивных рассуждений. Преобразование символьных форм способствует развитию воображения, способностей к математическому творчеству.

Содержание функционально-графической линии нацелено на получение обучающимися знаний о функциях как важнейшей математической модели для описания и исследования разнообразных процессов и явлений в природе и обществе. Изучение материала способствует развитию у обучающихся умения использовать различные выразительные средства языка математики – словесные, символические, графические, вносит вклад в формирование представлений о роли математики в развитии цивилизации и культуры.

Согласно учебному плану в 7–9 классах изучается учебный курс «Алгебра», который включает следующие основные разделы содержания: «Числа и вычисления», «Алгебраические выражения», «Уравнения и неравенства», «Функции».

На изучение учебного курса «Алгебра» отводится 306 часов: в 7 классе – 102 часа (3 часа в неделю), в 8 классе – 102 часа (3 часа в неделю), в 9 классе – 102 часа (3 часа в неделю).

СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ

7 КЛАСС

Числа и вычисления

Дроби обыкновенные и десятичные, переход от одной формы записи дробей к другой. Понятие рационального числа, запись, сравнение, упорядочивание рациональных чисел. Арифметические действия с рациональными числами. Решение задач из реальной практики на части, на дроби.

Степень с натуральным показателем: определение, преобразование выражений на основе определения, запись больших чисел. Проценты, запись процентов в виде дроби и дроби в виде процентов. Три основные задачи на проценты, решение задач из реальной практики.

Применение признаков делимости, разложение на множители натуральных чисел.

Реальные зависимости, в том числе прямая и обратная пропорциональности.

Алгебраические выражения

Переменные, числовое значение выражения с переменной. Допустимые значения переменных. Представление зависимости между величинами в виде формулы. Вычисления по формулам. Преобразование буквенных выражений, тождественно равные выражения, правила преобразования сумм и произведений, правила раскрытия скобок и приведения подобных слагаемых.

Свойства степени с натуральным показателем.

Одночлены и многочлены. Степень многочлена. Сложение, вычитание, умножение многочленов. Формулы сокращённого умножения: квадрат суммы и квадрат разности. Формула разности квадратов. Разложение многочленов на множители.

Уравнения и неравенства

Уравнение, корень уравнения, правила преобразования уравнения, равносильность уравнений.

Линейное уравнение с одной переменной, число корней линейного уравнения, решение линейных уравнений. Составление уравнений по условию задачи. Решение текстовых задач с помощью уравнений.

Линейное уравнение с двумя переменными и его график. Система двух линейных уравнений с двумя переменными. Решение систем уравнений способом подстановки. Примеры решения текстовых задач с помощью систем уравнений.

Функции

Координата точки на прямой. Числовые промежутки. Расстояние между двумя точками координатной прямой.

Прямоугольная система координат, оси Ox и Oy . Абсцисса и ордината точки на координатной плоскости. Примеры графиков, заданных формулами. Чтение графиков реальных зависимостей. Понятие функции. График функции. Свойства функций. Линейная функция, её график. График функции $y = |x|$. Графическое решение линейных уравнений и систем линейных уравнений.

8 КЛАСС

Числа и вычисления

Квадратный корень из числа. Понятие об иррациональном числе. Десятичные приближения иррациональных чисел. Свойства арифметических квадратных корней и их применение к преобразованию числовых выражений и вычислениям. Действительные числа.

Степень с целым показателем и её свойства. Стандартная запись числа.

Алгебраические выражения

Квадратный трёхчлен, разложение квадратного трёхчлена на множители.

Алгебраическая дробь. Основное свойство алгебраической дроби. Сложение, вычитание, умножение, деление алгебраических дробей. Рациональные выражения и их преобразование.

Уравнения и неравенства

Квадратное уравнение, формула корней квадратного уравнения. Теорема Виета. Решение уравнений, сводящихся к линейным и квадратным. Простейшие дробно-рациональные уравнения.

Графическая интерпретация уравнений с двумя переменными и систем линейных уравнений с двумя переменными. Примеры решения систем нелинейных уравнений с двумя переменными.

Решение текстовых задач алгебраическим способом.

Числовые неравенства и их свойства. Неравенство с одной переменной. Равносильность неравенств. Линейные неравенства с одной переменной. Системы линейных неравенств с одной переменной.

Функции

Понятие функции. Область определения и множество значений функции. Способы задания функций.

График функции. Чтение свойств функции по её графику. Примеры графиков функций, отражающих реальные процессы.

Функции, описывающие прямую и обратную пропорциональные зависимости, их графики. Функции $y = x^2$, $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$, $y = 1/x$. Графическое решение уравнений и систем уравнений.

9 КЛАСС

Числа и вычисления

Рациональные числа, иррациональные числа, конечные и бесконечные десятичные дроби. Множество действительных чисел, действительные числа как бесконечные десятичные дроби. Взаимно однозначное соответствие между множеством действительных чисел и координатной прямой.

Сравнение действительных чисел, арифметические действия с действительными числами.

Размеры объектов окружающего мира, длительность процессов в окружающем мире.

Приближённое значение величины, точность приближения. Округление чисел. Прикидка и оценка результатов вычислений.

Уравнения и неравенства

Линейное уравнение. Решение уравнений, сводящихся к линейным.

Квадратное уравнение. Решение уравнений, сводящихся к квадратным. Биквадратное уравнение. Примеры решения уравнений третьей и четвёртой степеней разложением на множители.

Решение дробно-рациональных уравнений. Решение текстовых задач алгебраическим методом.

Уравнение с двумя переменными и его график. Решение систем двух линейных уравнений с двумя переменными. Решение систем двух уравнений, одно из которых линейное, а другое – второй степени. Графическая интерпретация системы уравнений с двумя переменными.

Решение текстовых задач алгебраическим способом.

Числовые неравенства и их свойства.

Решение линейных неравенств с одной переменной. Решение систем линейных неравенств с одной переменной. Квадратные неравенства. Графическая интерпретация неравенств и систем неравенств с двумя переменными.

Функции

Квадратичная функция, её график и свойства. Парабола, координаты вершины параболы, ось симметрии параболы.

Графики функций: $y = kx$, $y = kx + b$, $y = k/x$, $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$, $y = |x|$, и их свойства.

Числовые последовательности **Числовые последовательности и прогрессии**

Понятие числовой последовательности. Задание последовательности рекуррентной формулой и формулой n -го члена.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формулы n -го члена арифметической и геометрической прогрессий, суммы первых n членов.

Изображение членов арифметической и геометрической прогрессий точками на координатной плоскости. Линейный и экспоненциальный рост. Сложные проценты.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОГО КУРСА «АЛГЕБРА» НА УРОВНЕ ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Личностные результаты освоения программы учебного курса «Алгебра» характеризуются:

1) патриотическое воспитание:

проявлением интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах;

2) гражданское и духовно-нравственное воспитание:

готовностью к выполнению обязанностей гражданина и реализации его прав, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (например, выборы, опросы), готовностью к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности учёного;

3) трудовое воспитание:

установкой на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений, осознанным выбором и построением индивидуальной траектории образования и жизненных планов с учётом личных интересов и общественных потребностей;

4) эстетическое воспитание:

способностью к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений, умению видеть математические закономерности в искусстве;

5) ценности научного познания:

ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира, овладением простейшими навыками исследовательской деятельности;

6) физическое воспитание, формирование культуры здоровья и эмоционального благополучия:

готовностью применять математические знания в интересах своего здоровья, ведения здорового образа жизни (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), сформированностью навыка рефлексии, признанием своего права на ошибку и такого же права другого человека;

7) экологическое воспитание:

ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области сохранности окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды, осознанием глобального характера экологических проблем и путей их решения;

8) адаптация к изменяющимся условиям социальной и природной среды:

готовностью к действиям в условиях неопределённости, повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей, приобретать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции из опыта других;

необходимостью в формировании новых знаний, в том числе формулировать идеи, понятия, гипотезы об объектах и явлениях, в том числе ранее неизвестных, осознавать дефициты собственных знаний и компетентностей, планировать своё развитие;

способностью осознавать стрессовую ситуацию, воспринимать стрессовую ситуацию как вызов, требующий контрмер, корректировать принимаемые решения и действия, формулировать и оценивать риски и последствия, формировать опыт.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Познавательные универсальные учебные действия

Базовые логические действия:

- выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;
- воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;
- выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;
- делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;
- разбирать доказательства математических утверждений (прямые и от противного), проводить самостоятельно несложные доказательства математических фактов, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные рассуждения;
- выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

- использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему,

самостоятельно устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

- проводить по самостоятельно составленному плану несложный эксперимент, небольшое исследование по установлению особенностей математического объекта, зависимостей объектов между собой;
- самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;
- прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

- выявлять недостаточность и избыточность информации, данных, необходимых для решения задачи;
- выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;
- выбирать форму представления информации и иллюстрировать решаемые задачи схемами, диаграммами, иной графикой и их комбинациями;
- оценивать надёжность информации по критериям, предложенным учителем или сформулированным самостоятельно.

Коммуникативные универсальные учебные действия:

- воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;
- в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;
- представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории;
- понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных математических задач;
- принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;
- участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, мозговые штурмы и другие), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

Регулятивные универсальные учебные действия

Самоорганизация:

- самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль, эмоциональный интеллект:

- владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;
- предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, найденных ошибок, выявленных трудностей;
- оценивать соответствие результата деятельности поставленной цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения цели, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

К концу обучения в 7 классе обучающийся получит следующие предметные результаты:

Числа и вычисления

Выполнять, сочетая устные и письменные приёмы, арифметические действия с рациональными числами.

Находить значения числовых выражений, применять разнообразные способы и приёмы вычисления значений дробных выражений, содержащих обыкновенные и десятичные дроби.

Переходить от одной формы записи чисел к другой (преобразовывать десятичную дробь в обыкновенную, обыкновенную в десятичную, в частности в бесконечную десятичную дробь).

Сравнивать и упорядочивать рациональные числа.

Округлять числа.

Выполнять прикидку и оценку результата вычислений, оценку значений числовых выражений. Выполнять действия со степенями с натуральными показателями.

Применять признаки делимости, разложение на множители натуральных чисел.

Решать практико-ориентированные задачи, связанные с отношением величин, пропорциональностью величин, процентами, интерпретировать результаты решения задач с учётом ограничений, связанных со свойствами рассматриваемых объектов.

Алгебраические выражения

Использовать алгебраическую терминологию и символику, применять её в процессе освоения учебного материала.

Находить значения буквенных выражений при заданных значениях переменных.

Выполнять преобразования целого выражения в многочлен приведением подобных слагаемых, раскрытием скобок.

Выполнять умножение одночлена на многочлен и многочлена на многочлен, применять формулы квадрата суммы и квадрата разности.

Осуществлять разложение многочленов на множители с помощью вынесения за скобки общего множителя, группировки слагаемых, применения формул сокращённого умножения.

Применять преобразования многочленов для решения различных задач из математики, смежных предметов, из реальной практики.

Использовать свойства степеней с натуральными показателями для преобразования выражений.

Уравнения и неравенства

Решать линейные уравнения с одной переменной, применяя правила перехода от исходного уравнения к равносильному ему. Проверять, является ли число корнем уравнения.

Применять графические методы при решении линейных уравнений и их систем.

Подбирать примеры пар чисел, являющихся решением линейного уравнения с двумя переменными.

Строить в координатной плоскости график линейного уравнения с двумя переменными, пользуясь графиком, приводить примеры решения уравнения.

Решать системы двух линейных уравнений с двумя переменными, в том числе графически.

Составлять и решать линейное уравнение или систему линейных уравнений по условию задачи, интерпретировать в соответствии с контекстом задачи полученный результат.

Функции

Изображать на координатной прямой точки, соответствующие заданным координатам, лучи, отрезки, интервалы, записывать числовые промежутки на алгебраическом языке.

Отмечать в координатной плоскости точки по заданным координатам, строить графики линейных функций. Строить график функции $y = |x|$.

Описывать с помощью функций известные зависимости между величинами: скорость, время, расстояние, цена, количество, стоимость, производительность, время, объём работы.

Находить значение функции по значению её аргумента.

Понимать графический способ представления и анализа информации, извлекать и интерпретировать информацию из графиков реальных процессов и зависимостей.

К концу обучения **в 8 классе** обучающийся получит следующие предметные результаты:

Числа и вычисления

Использовать начальные представления о множестве действительных чисел для сравнения, округления и вычислений, изображать действительные числа точками на координатной прямой.

Применять понятие арифметического квадратного корня, находить квадратные корни, используя при необходимости калькулятор, выполнять преобразования выражений, содержащих квадратные корни, используя свойства корней.

Использовать записи больших и малых чисел с помощью десятичных дробей и степеней числа 10.

Алгебраические выражения

Применять понятие степени с целым показателем, выполнять преобразования выражений, содержащих степени с целым показателем.

Выполнять тождественные преобразования рациональных выражений на основе правил действий над многочленами и алгебраическими дробями.

Раскладывать квадратный трёхчлен на множители.

Применять преобразования выражений для решения различных задач из математики, смежных предметов, из реальной практики.

Уравнения и неравенства

Решать линейные, квадратные уравнения и рациональные уравнения, сводящиеся к ним, системы двух уравнений с двумя переменными.

Проводить простейшие исследования уравнений и систем уравнений, в том числе с применением графических представлений (устанавливать, имеет ли уравнение или система уравнений решения, если имеет, то сколько, и прочее).

Переходить от словесной формулировки задачи к её алгебраической модели с помощью составления уравнения или системы уравнений, интерпретировать в соответствии с контекстом задачи полученный результат.

Применять свойства числовых неравенств для сравнения, оценки, решать линейные неравенства с одной переменной и их системы, давать графическую иллюстрацию множества решений неравенства, системы неравенств.

Функции

Понимать и использовать функциональные понятия и язык (термины, символические обозначения), определять значение функции по значению аргумента, определять свойства функции по её графику.

Строить графики элементарных функций вида:

$y = k/x$, $y = x^2$, $y = x^3$, $y = |x|$, $y = \sqrt{x}$, описывать свойства числовой функции по её графику.

К концу обучения в 9 классе обучающийся получит следующие предметные результаты:

Числа и вычисления

Сравнивать и упорядочивать рациональные и иррациональные числа.

Выполнять арифметические действия с рациональными числами, сочетая устные и письменные приёмы, выполнять вычисления с иррациональными числами.

Находить значения степеней с целыми показателями и корней, вычислять значения числовых выражений.

Округлять действительные числа, выполнять прикидку результата вычислений, оценку числовых выражений.

Уравнения и неравенства

Решать линейные и квадратные уравнения, уравнения, сводящиеся к ним, простейшие дробно-рациональные уравнения.

Решать системы двух линейных уравнений с двумя переменными и системы двух уравнений, в которых одно уравнение не является линейным.

Решать текстовые задачи алгебраическим способом с помощью составления уравнения или системы двух уравнений с двумя переменными.

Проводить простейшие исследования уравнений и систем уравнений, в том числе с применением графических представлений (устанавливать, имеет ли уравнение или система уравнений решения, если имеет, то сколько, и прочее).

Решать линейные неравенства, квадратные неравенства, изображать решение неравенств на числовой прямой, записывать решение с помощью символов.

Решать системы линейных неравенств, системы неравенств, включающие квадратное неравенство, изображать решение системы неравенств на числовой прямой, записывать решение с помощью символов.

Использовать неравенства при решении различных задач.

Функции

Распознавать функции изученных видов. Показывать схематически расположение на координатной плоскости графиков функций вида: $y = kx$, $y = kx + b$, $y = k/x$, $y = ax^2 + bx + c$, $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$, $y = |x|$, в зависимости от значений коэффициентов, описывать свойства функций.

Строить и изображать схематически графики квадратичных функций, описывать свойства квадратичных функций по их графикам.

Распознавать квадратичную функцию по формуле, приводить примеры квадратичных функций из реальной жизни, физики, геометрии.

Числовые последовательности и прогрессии

Распознавать арифметическую и геометрическую прогрессии при разных способах задания.

Выполнять вычисления с использованием формул n -го члена арифметической и геометрической прогрессий, суммы первых n членов.

Изображать члены последовательности точками на координатной плоскости.

Решать задачи, связанные с числовыми последовательностями, в том числе задачи из реальной жизни (с использованием калькулятора, цифровых технологий).